1. Esfuerzos por cargas horizontales en pórticos rígidos

La forma más sencilla de entender su comportamiento es considerar el equilibrio de cortantes en un corte plano horizontal, que seccione los pilares entre dos plantas: la carga por encima de ese corte debe equilibrarse en los pilares, de modo que los cortantes equilibran la carga horizontal, y los normales y momentos al momento de vuelco en el corte.

Si el pórtico está razonablemente dimensionado —rigideces en vigas comparables en orden de magnitud a las de los pilares— y si para cada pórtico las luces de sus distintos tramos no resultan muy distintas, la deformada de pilares tendrá un punto de inflexión cerca de la mitad de su altura, y el análisis aproximado es sencillo: la carga de viento debe repartirse entre pórticos de acuerdo al equilibrio y a sus rigideces, que veremos más adelante, y en cada pórtico, los pilares centrales equilibran del orden del doble de cortante que los extremos. De este modo, si T_{ij} es el cortante que debe considerarse en el corte a mitad de la altura de la planta i para el pórtico j, y si éste tiene un número de vanos igual a v, los pilares intermedios equilibran T_{ij}/v y los extremos $T_{ij}/2v$. Los diagramas de cortantes y momentos en los pilares, y por equilibrio los de las vigas, resultan fáciles de reconstruir de forma aproximada: todos los extremos de viga de una planta tienen igual momento por carga horizontal, que será aproximadamente igual a la semisuma de los momentos de los pilares intermedios por debajo y por encima de la viga. El giro de los nudos de la planta será idéntico en todos ellos, y puede determinarse observando las deformación de las vigas, mientras que el desplazamiento de la planta sumará, como veremos a continuación, el derivado de esta rotación —que transforma los rectángulos del alzado en romboides— más el derivado de las deformaciones de los pilares.

En la planta alta el punto de momento nulo está más bajo de lo señalado, y en plantas bajas puede estar más alto, lo que altera algo el esquema de momentos en pilares, aunque manteniendo la variación entre los momentos de la cabeza y la base, que debe responder al cortante del pilar.

2. Desplomes.

Para analizar deformaciones es preciso contar con la rigidez K de las secciones utilizadas que, en materiales isótopos, sería igual al producto EI, pero que en hormigón armado dependen de la fisuración posible en el hormigón. En el caso de los pilares es habitual considerar que su fisuración es limitada al estar sometidos a compresiones, y por ello su rigidez se aproxima bien con la bruta de la sección de hormigón, que es proporcional al área y al cuadrado del canto.

$$K_p = E_c I_p = E_c \frac{b_p h_p^3}{12} = \frac{1}{12} E_c A_p h^2 \tag{1}$$

En el caso de las vigas, la aproximación mejor es la de la sección fisurada, que se aproxima relativamente bien con la expresión $K_v \approx 0,5 E_s A_s h^2$. Ahora bien, dado que el armado debe igualar la capacidad mecánica de acero en tracción con la de una fracción comprimida del canto, puede escribirse también, usando dicha fracción

$$K_v = 0,5 E_s \frac{\gamma A_c f_s}{f_c} h^2 = 0,5\gamma \frac{E_s f_c}{E_c f_s} E_c A_c h^2 \tag{2}$$

Hay que señalar que en los casos de cuantía máxima —sin armadura de compresión, que corresponderá a la máxima profundidad de la fibra comprimida, en torno al 40 % o 45 % del canto— y usando valores para los materiales usuales tendremos que aproximadamente,

$$0,5\gamma \frac{E_s f_c}{E_c f_s} = 0,5 \times 0,42 \times \frac{1}{2,5} \approx \frac{1}{12}$$

lo que iguala aproximadamente la rigidez a la de la sección bruta (y justifica en parte la regla de usar la sección bruta en los análisis de solicitaciones). Tendremos así una expresión aproximada para la rigidez en el caso de las vigas

$$K_v = \frac{\alpha}{12} E_c A_c h^2$$

dependiente de un coeficiente que expresa la proporción de armado empleado respecto del máximo admitido para la sección —sin armado de compresión— En términos precisos:

$$\alpha = 12 \times 0,5\gamma \frac{E_s f_c}{E_c f_s}$$

que es aproximadamente la unidad en casos de cuantías altas de armado con los hormigones y aceros habituales. Podremos volver sobre este término más tarde.

El desplome de un pórtico, representado en una altura de planta por un elemento representativo de viga y pilar será la suma de los desplomes procedentes de la rotación de la viga —del nudo— y del desplazamiento del pilar. Dichos desplomes pueden medirse por el cociente entre desplazamiento entre extremos medido desde la tangente a longitud de la pieza y, si el diagrama de momentos es lineal con momentos opuestos en ambos extremos, la expresión es conocida:

$$\theta = \frac{\delta}{l} = \frac{Ml}{6EI} = \frac{Ml}{6K}. \tag{3}$$

Para ello el pórtico debe tener rigidez suficiente en vigas da plantas bajas para poder mantener en pilares el cambio de signo de momentos de viento en ambos extremos. Para el caso considerado el momento de extremo en el pilar es el cortante —debido a las cargas horizontales— del pilar por la altura mitad, y dicho momento en una región regular del pórtico debe ser igual al de extremo de viga, tenemos aproximadamente

$$\theta = \theta_p + \theta_v = M\left(\frac{l_p}{6K_p} + \frac{l_v}{6K_v}\right) = T\frac{l_p}{2}\left(\frac{l_p}{6K_p} + \frac{l_v}{6K_v}\right)$$

$$\theta = T\left(\frac{l_p}{12K_p} + \frac{l_p}{l_v}\frac{l_v}{12K_v}\right)$$

y sustituyendo las expresiones para ambas rigideces tenemos finalmente

$$\theta = \frac{T}{E_c}\left(\frac{l_p^2}{h_p^2}\frac{1}{A_p} + \frac{l_p}{l_v}\frac{l_v^2}{h_v^2}\frac{1}{\alpha A_v}\right) = \frac{T}{E_c}\left(\frac{\lambda_p^2}{A_p} + \frac{l_p}{l_v}\frac{\lambda_v^2}{\alpha A_v}\right) \tag{4}$$

expresión que aporta una buena aproximación al desplome.

3. Rigidez

A la vista de la expresión aproximada para los desplomes de cada tramo de un pórtico es sencillo ahora hacerse una idea de las rigideces relativas frente al desplazamiento de pórticos paralelos, puesto que deberán mantener un desplome compatible. Podemos medir la rigidez como cociente entre cortante y desplome, y por tanto se medirá con

$$K_\theta = \frac{T}{\theta} = \frac{E_c}{\left(\frac{\lambda_p^2}{A_p} + \frac{l_p}{l_v}\frac{\lambda_v^2}{\alpha A_v}\right)} \tag{5}$$

Debe hacerse notar que si el pórtico tiene irregularidades, sea por tener luces variadas, o por tener rigideces muy diferentes de unas piezas a otras, cada uno de los tramos tendrá una rigidez diferente a la aquí estimada, y diferente entre tramos, de modo que el reparto de cortantes ya no será ya el previsto, sino aquél que asegure la compatibilidad en el desplome y los giros. En este caso la aproximación vista resulta poco precisa, lo que exige el análisis del pórtico completo. Esto resulta relativamente sencillo dada la facilidad con la que puede accederse a medios de análisis mecanizados.

4. Influencia del viento en el dimensionado

Pilares

Aproximaremos el dimensionado de pilares considerando los centrales de un pórtico típico.

Dichos pilares están sometidos en cada planta i, de las n que lo forman, a cargas verticales que pueden aproximarse al producto de la carga gravitatoria media por metro cuadrado, q, por la luz l_v y la separación s de las vigas —área tributaria— y por el número de plantas i que gravitan sobre el pilar. Contabilizamos las plantas empezando desde la cubierta. Los momentos por razones gravitatorias serán de escasa entidad.

$$N_i = q s l_v i \tag{6}$$

El pilar añadirá momentos en la hipótesis de viento. Para estimar estimación su influencia en las necesidades de sección, consideramos la forma típica de la gráfica de interación momento–normal en hormigón armado, en la que puede deducirse que, para una sección próxima al agotamiento en compresión, la armadura puede añadir capacidad, sea en flexión —momento— sea en compresión —normal— sea en capacidad combinada. Ésta puede representarse por una figura triangular. En dicha figura, el incremento de *normal equivalente* al momento que debe resistirse, que exige la disposición de armadura —es decir el incremento de normal que permitiría la armadura añadida si no hubiese momento— puede determinarse gráficamente a partir de la parábola que representa la resistencia del hormigón sin armadura en secciones rectangulares, dado que la hipotenusa del triángulo citado es paralela a la tangente a la parábola en esa región, y para las disposiciones habituales simétricas de armadura de pilares. Aproximadamente:

$$\frac{\Delta N_e}{M} = \frac{N_{max}}{4M_{max}} = \frac{f_c bh}{4 f_c bh^2/8} = \frac{2}{h};\ \Delta N_e = \frac{2M}{h} \tag{7}$$

Veamos el momento de viento en el pilar en la planta i, en la que el cortante en el soporte es $T = w l_p s_w i/v$ para la presión dinámica total de viento w, separación entre pórticos a viento s_w y longitud de pilar l_p en un pórtico con número de vanos igual a v:

$$M_w = \frac{T l_p}{2} = \frac{w l_p^2 s_w i}{2v} \tag{8}$$

Por lo visto en la ecuación 7 el incremento de normal relativo de cara a dimensionar el pilar es del orden de

$$\frac{\Delta N_e}{N} = \frac{2M_w/h}{N} = \frac{w l_p^2 s_w i}{h v q s l_v i} = \frac{w}{q}\frac{l_p}{h}\frac{l_p}{l_v}\frac{s_w}{s}\frac{1}{v}$$

Las cosas son un poco más prolijas si consideramos que CTE DB-SE establece la reducción de las sobrecargas de diferente origen a la señalada como principal a través del coeficiente de simultaneidad ψ_0 que, para sobrecargas gravitatorias en combinación con viento, es habitualmente $0,7$. Dado que $q = 1,35G_k + 1,50Q_k$, la reducción supone usar $q_\psi = 1,35G_k + 0,7 \times 1,50Q_k$ algo menor de $0,87q$ en los casos habituales de vivienda. De cara al dimensionado el incremento equivalente ΔN_e debe sumarse a la carga gravitatoria considerada, N_w, que puede igualarse a $0,87N$. Así, el factor de incremento en la sección para considerar el viento vendrá dado por la expresión

$$\varphi_p = \frac{0,87N + \Delta N_e}{N} = 0,87 + \frac{l_p}{v l_v}\frac{w}{q}\frac{l_p}{h}\frac{s_w}{s} \tag{9}$$

expresión en la que $v l_v = L$ mide el tamaño completo del pórtico y $\lambda_p = \frac{l_p}{h}$ la esbeltez del pilar.

La excentricidad efectiva por viento será el momento dividido por la carga, y podría estimarse con

$$e_w = \frac{M_w}{N_w} = \frac{w l_p^2 s_w i}{1,74 q s l_v i v} = \frac{0,57}{v}\frac{w}{q}\frac{l_p}{l_w}\frac{s_w}{s} l_p \tag{10}$$

Vigas

Puede estimarse el sobreesfuerzo en vigas. Ahora cambia la necesidad de sección para soportar momentos que, para carga gravitatoria y en vigas de hormigón armado, se estima a partir del isostático. Para carga combinada, las nuevas exigencias pueden aproximarse mediante un *isostático equivalente* que incluya el incremento en negativos por viento. Así, el factor de incremento en los momentos a considerar para las vigas será

$$\varphi_v = \frac{0,87M_I + M_w}{M_I} = 0,87 + \frac{\frac{T l_p}{2} = \frac{w l_p^2 s_w i}{2v}}{\frac{q s l_v^2}{8}}$$
$$\varphi_v = 0,87 + \frac{4i}{v}\frac{w}{q}\frac{s_w}{s}\frac{l_p^2}{l_v^2} = 0,87 + 4\lambda_P \lambda_R \frac{w}{q}\frac{s_w}{s} \tag{11}$$

donde $\lambda_P = \frac{i l_p}{v l_v} = \frac{H}{L}$ es la proporción global del pórtico hasta la planta considerada, y $\lambda_R = \frac{l_p}{l_v}$ es la proporción del recuadro tipo del pórtico.

Sobredimensionados

En las condiciones más habituales, con $w/q = 0,135$, $s_w = s$, $l_p = 3$m., los sobredimensionados necesarios para pilares φ_p, y vigas φ_v, son, respectivamente:

λ_p L	10	20	40	λ_R λ_P	6	3	1
12	1,36	1,11	1,00	1,00	4,11	2,49	1,41
9	1,23	1,05	1,00	0,50	2,49	1,68	1,14
6	1,11	1,00	1,00	0,25	1,68	1,28	1,01