Práctica 11: Flexión: rigidez de un pórtico de acero.

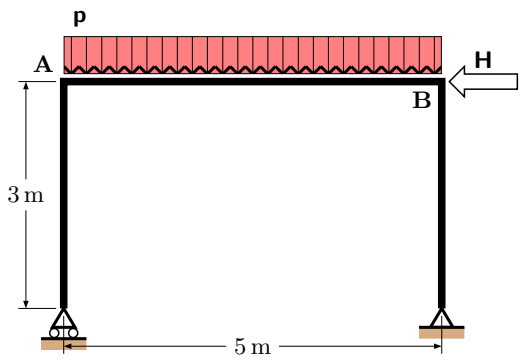
El pórtico de la figura forma parte de una instalación industrial. Está construido con perfiles de acero laminado. El acero resiste con seguridad tensiones normales de 180 N/mm^2 y tangenciales de 100 N/mm^2, siendo 260 N/mm^2 su límite elástico y 200 kN/mm^2 su módulo de Young. El dintel **AB** es un perfil IPE400, mientras que ambos soportes son perfiles HEB180 con el alma en el mismo plano que el alma del dintel.

El portico puede estar sometido a dos cargas independientes (el peso de los perfiles se considera despreciable):

- Una carga permanente **p** de 20 kN/m.
- Una carga **H** variable entre -10 y 10 kN.

El requisto de rigidez derivado del uso industrial al que se destina la estructura exige cumplir las siguientes condiciones:

1. Para cualquier combinación de cargas entre las posibles, el desplazamiento del apoyo y el descenso del centro del dintel deben ser menores que 1/100 de la luz del dintel.
2. El incremento absoluto del desplazamiento del apoyo ocasionado por cualquier valor de la carga **H** debe ser menor 1/500 de la altura del pórtico.
3. El incremento absoluto de la distorsión media en el dintel para cualquier valor de **H** debe ser menor que 1 mm/m.



OBJETIVO

Se trata de comprobar si el dimensionado propuesto cumple con el requisito de rigidez enunciado; y, si no lo cumple, proponer un nuevo dimensionado para el dintel y los soportes que si lo cumpla.

SUGERENCIAS

- Lo mejor es utilizar de forma sistemática tanto el *principio de superposición* como el *principio de los trabajos virtuales*. Se puede calcular así por separado el movimiento debido a cada una de las cargas **p** y **H**, para luego sumarlos con el signo y magnitud que corresponda, según la combinación de cargas que se considere.
- Los movimientos provocados por la curvatura debida a momentos y por la deformación media debida a esfuerzos normales se calculan por separado, y luego se suman para obtener el movimiento total que la carga. Normalmente los movimientos debidos a esfuerzos normales serán pequeños y pueden despreciarse en primera aproximación: lo importante serán los que provoquen las curvaturas.
- En periodo elástico las relaciones son siempre proporcionales. Si, por ejemplo, δ es el desplazamiento provocado por **H**, $-\delta/2$ será el provocado por $-\mathbf{H}/2$, etc.
- Al calcular los diagramas de curvaturas a partir de los de momentos hay que darse cuenta de que las inercias del dintel y de los soportes no son iguales: el mismo momento provocará distintas curvaturas en una u otra pieza.

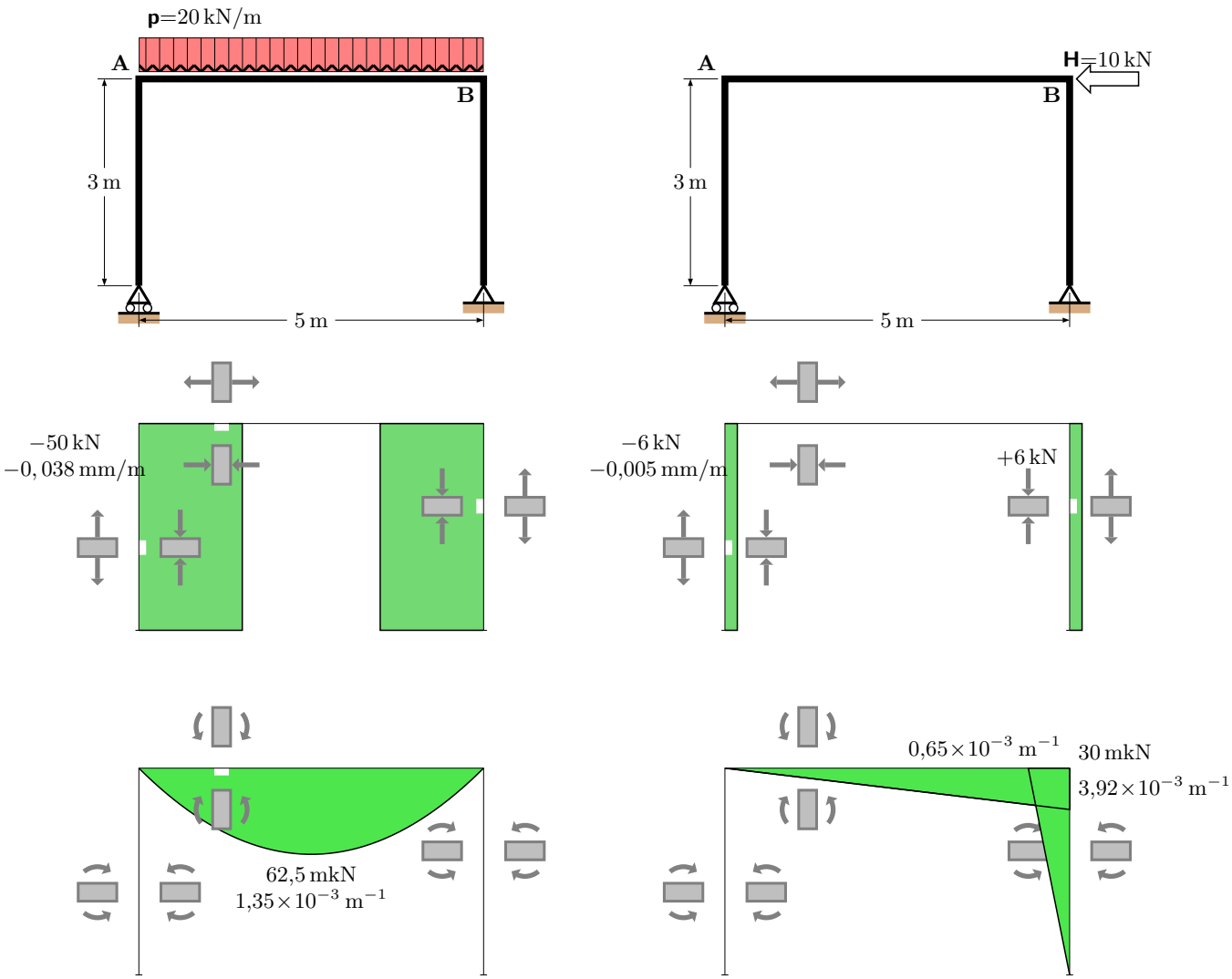
Copyleft © 2009, Vázquez Espí. http://www.aq.upm.es/Departamentos/Estructuras/e96-290/doc/

Práctica 11: Flexión: rigidez de un pórtico de acero.

Recopilación de datos

Perfil	**A** mm^2	**W** mm^2m	**I** mm^2m^2	**EA** kNm/mm	**EI** mkNm
IPE400	8.450	1.160	231	1.690	46.200
HEB180	6.530	426	38,3	1.306	7.660

Deformaciones reales



Para cada acción independiente, **p** y **H**, se determinan los diagramas de esfuerzos normales y momentos flectores. Antes de meterse en cálculos más complicados conviene verificar la resistencia de la estructura.

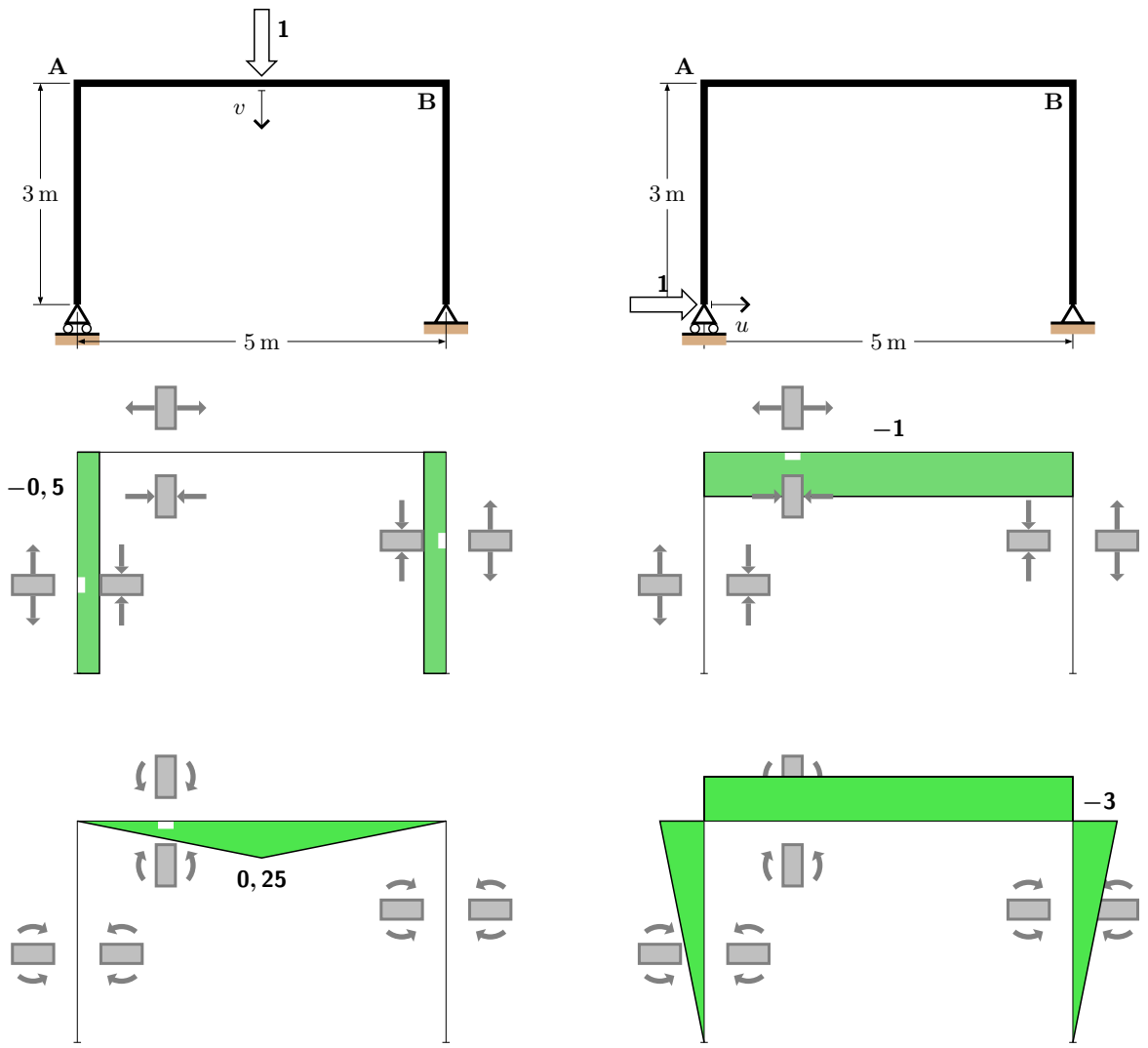
El máximo momento en **AB** se tendrá cuando actúen **p** y **H** con su máxima intensidad y con los signos de la figura. Puesto que el cortante combinado del dintel en **A** es $50\,\text{kN}+6\,\text{kN}$, el cortante será cero a una distancia de **A** igual a $56\,\text{kN} \div 20\,\text{kN} = 2{,}8\,\text{m}$, y el momento será $56\,\text{kN}\times 2{,}8\,\text{m} \div 2 = 78{,}4\,\text{mkN}$. (Una excelente aproximación se obtiene calculando el momento en el centro del vano: $62{,}5\,\text{mkN}+15\,\text{mkN} = 77{,}5\,\text{mkN}$.) La tensión normal correspondiente será $78{,}4\,\text{mkN} \div 1160\,\text{mm}^2\,\text{m} = 67{,}6\,\text{N/mm}^2$, bastante menor que la segura. En los soportes, el momento de $30\,\text{mkN}$ provoca tensiones de $30\,\text{mkN} \div 46\,\text{mm}^2\,\text{m} = 70{,}4\,\text{N/mm}^2$; el esfuerzo normal pésimo, $56\,\text{kN}$ de compresión, ocurrirá con **H** actuando en sentido contrario al indicado, y ocasionaría tensiones normales de $56\,\text{kN} \div 6530\,\text{mm}^2 = 8{,}58\,\text{N/mm}^2$; así que en servicio la máxima tensión normal en los soportes sería del orden de $80\,\text{N/mm}^2$; y aunque para comprobar la seguridad habría que analizar el pandeo de los soportes, con las

bajas tensiones de servicio, respecto a la segura del acero, lo más probable es que una comprobación detallada sería positiva: la estructura se encuentra al menos por debajo de su límite elástico. Seguimos adelante.

Los diagramas de deformacion ε o de curvatura κ son proporcionales a los de solicitaciones, según las constantes **EA** y **EI** de cada barra. Los valores máximos de las deformaciones se anotan en los diagramas.

Patrones

Puesto que todas las comprobaciones de la rigidez versan bien sobre el descenso del centro del dintel, v, bien sobre el desplazamiento del apoyo, u, necesitamos exclusivamente los diagramas de momentos y normales de dos esquemas patrón: uno con carga unidad vertical en el centro del vano y otro con carga unidad horizontal en el apoyo.



Para calcular ahora movimientos sólo hay que aplicar el principio de los trabajos virtuales a la totalidad de cada estructura patrón usando como movimientos y deformaciones virtuales las correspondientes a la acción de interés, **p** o **H**.

$$\sum r \cdot \overline{a} = \int_L N(z)\overline{\varepsilon}(z)\,\mathrm{d}z + \int_L M(z)\overline{\kappa}(z)\,\mathrm{d}z$$

Puesto que el volumen a integrar siempre es el de un prisma oblicuo, las integrales se pueden calcular multiplicando el área de la base de cada prisma por su altura en el centro geométrico de la base. Además, por el principio de superposición podemos calcular por separado los movimientos debidos a **p** o **H**.

Movimientos

Veamos por ejemplo el descenso v debido a los esfuerzos normales provocados por **H**. En la estructura patrón correspondiente (la de la izquierda), sólo hay esfuerzo normal en los soportes. Y por su parte también **H** sólo

produce esfuerzos normales en esas piezas. Como además tanto los esfuerzos normales como las deformaciones medias son constantes, en este caso la figura de la integral en cada soporte es simplemente un paralelepípedo, y su volumen será "ancho por alto por largo". Por ejemplo, el descenso por la compresión en el soporte izquierdo sería:

$$-0{,}5 \times (-0{,}005\,\mathrm{mm/m}) \times 3\,\mathrm{m} = 0{,}008\,\mathrm{mm}$$

El descenso debido al soporte derecho sería de igual valor pero de signo contrario (un ascenso), debido a que el soporte derecho está traccionado bajo **H**. El descenso neto sería nulo.

Otro ejemplo: ¿cuanto se desplaza el apoyo por la curvatura ocasionada por **p**? En la estructura patrón de la derecha hay momentos en todas las barras, pero **p** sólo ocasiona curvatura en el dintel. La base (área de curvaturas) es un segmento parabólico y la altura (el momento) es constante:

$$\frac{2}{3}1{,}35\times10^{-3}\,\mathrm{m}^{-1}\times5\,\mathrm{m}\ \times\ (-3) = -13{,}5\,\mathrm{mm}$$

es decir, un desplazamiento hacia la izquierda (sentido contrario al de la carga unidad empleada).

Un último ejemplo: ¿cuanto se desplaza el apoyo por la curvatura ocasionada por **H**? En la estructura patrón de la derecha hay momentos en todas las barras, pero **H** sólo ocasiona curvatura en el dintel y en el soporte derecho:

$$\frac{1}{2}0{,}65\times10^{-3}\,\mathrm{m}^{-1}\times5\,\mathrm{m}\times(-3)+\frac{1}{2}3{,}92\times10^{-3}\,\mathrm{m}^{-1}\times3\,\mathrm{m}\times(-3)\frac{2}{3} = -4{,}88\,\mathrm{mm} - 11{,}8\,\mathrm{mm} = -16{,}6\,\mathrm{mm} \qquad (1)$$

es decir, un desplazamiento hacia la izquierda (sentido contrario al de la carga unidad empleada).

Procediendo sistemáticamente de esta forma puede rellenarse el siguiente cuadro:

	p=20 kN/m			**H**=10 kN		
	N, ε	M, κ	total	N, ε	M, κ	total
u (mm)	0	-13,5	-13,5	0	-16,6	-16,6
v (mm)	0,114	0,703	0,817	0	0,203	0,203

Como se ve, para cada acción, el movimiento ocasionado por ε suele ser despreciable al compararlo con el provocado por κ.

Comprobación de la rigidez

«*El requisto de rigidez derivado del uso industrial al que se destina la estructura exige cumplir las siguientes condiciones:*»

1. «*Para cualquier combinación de cargas entre las posibles, el desplazamiento del apoyo y el descenso del centro del dintel deben ser menores que 1/100 de la luz del dintel.*»

   Ambos movimientos son máximos a plena carga y con el sentido de **H** de la figura: $u = 30{,}1\,\mathrm{mm}$ (hacia la izquierda) y $v = 1{,}02\,\mathrm{mm}$ (hacia abajo). El valor tolerable es de 50 mm: este requesito se cumple para cualquier combinación de cargas. (No resulta muy exigente: ¿habrán querido decir «1/1000»?)

2. «*El incremento absoluto del desplazamiento del apoyo ocasionado por cualquier valor de la carga* **H** *debe ser menor 1/500 de la altura del pórtico.*»

   H origina un incremento de 16,6 mm en u, y sólo se toleran incrementos de 6 mm. **Este requisito no se cumple.**

3. «*El incremento absoluto de la distorsión media en el dintel para cualquier valor de* **H** *debe ser menor que 1* mm/m.»

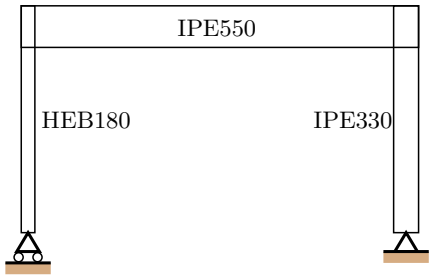
   El incremento de v ocasionado por **H** es, como mucho, de 0,203 mm, lo que significa una distorsión de $0{,}203\,\mathrm{mm} \div 2{,}5\,\mathrm{m} = 0{,}082\,\mathrm{mm/m}$, menor que la tolerable: se cumple el requisito.

Rediseño de los perfiles

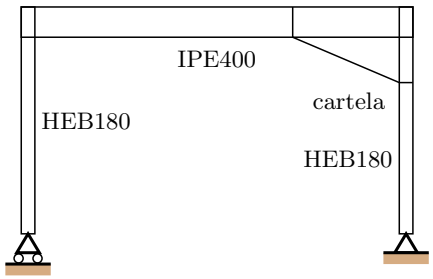
Para cumplir el segundo requisito hay que aumentar la inercia de los perfiles, a fin de reducir la curvatura (nótese que Δu está originado exclusivamente por la curvatura del dintel y del soporte derecho, véase el cuadro anterior).

1. Una opción es aumentar la inercia de todas las piezas en la proporción $16{,}6\,\mathrm{mm} \div 6\,\mathrm{mm} = 2{,}77$: habría que pasar a un IPE550 en el dintel y a HEB240 en los soportes. En realidad al soporte izquierdo se le puede dejar como estaba: no se curva y no influye en absoluto en el desplazamiento de su propio apoyo. Y para incrementar la inercia del derecho también podría servir un perfil IPE330: ¡tenemos más inercia

a la vez que menos área! Es decir, mejoramos el soporte a la vez que disminuimos su volumen (es lo que tiene operar sobre la forma: pasar de un HEB a un IPE, que es una sección que da más inercia a igualdad de área).



2. Otra opción sería disponer una *cartela* en la unión del dintel y el soporte derecho. Una cartela (un cartabón) no consiste más que en aumentar fuertemente la inercia en la cercanía de la unión: se reducen así sobremanera las curvaturas en la zona donde son máximas. El diseño de tal solución queda fuera del alcance de este curso.



3. Y otra opción, sugerida por la primera, sería investigar quien produce más desplazamiento, si el soporte o el dintel, y aumentar la inercia en consecuencia, no en la misma proporción, sino más en quien sea más responsable: más o menos el 75 % de Δu se debe a la curvatura del soporte, véase la ecuación (1). No la exploraremos aquí.

Resistencia de los soportes

Los soportes, como piezas comprimidas, deben comprobarse frente al pandeo. Puesto que se trata de HEBs, pandearán en el plano de menor inercia, el perpendicular al dibujo, según están colocados. Sin saber como está únido el pórtico, en la dirección perpendicular al dibujo, a otras estructuras no puede decirse nada a ciencia cierta.

El caso peor sería que el pórtico estuviera exento. Si en el plano perpendicular la sustentación fuera también articulaciones o apoyos el pórtico sería inestable: sin arriostramiento podría volcar. Una suposición razonable es que estará empotrado en la cimentación (al menos en ese plano). La cabeza de los soportes podría desplomarse libremente y la longitud de pandeo sería doble que la altura geométrica.

El HEB180 del diseño inicial tiene un radio de giro mínimo de 45,7 mm, y por tanto el soporte tendrá una esbeltez geométrica de $2\times3\,\mathrm{m}\div45{,}7\,\mathrm{mm}\approx130$, lo que corresponde a un coeficiente de pandeo de 3,06. La tensión de comparación sería en tal caso de $3{,}06\times8{,}58\,\mathrm{N/mm^2}=26{,}3\,\mathrm{N/mm^2}$ por la compresión, más los $70{,}4\,\mathrm{N/mm^2}$ debidos a la flexión, menos de $100\,\mathrm{N/mm^2}$ en total. El HEB240 estaría todavía mejor: tiene más de todo.

Si optaramos por el IPE330 en el soporte derecho, tendríamos un radio de giro mínimo de 35,5 mm, una esbeltez mecánica de 170, un coeficiente de pandeo de 5, una tensión de comparación de $5\times56\,\mathrm{kN}\div6260\,\mathrm{mm^2}=45\,\mathrm{N/mm^2}$, más un incremento de tensión debido a la flexión de $30\,\mathrm{mkN}\div713\,\mathrm{mm^2\,m}=42\,\mathrm{N/mm^2}$, unos $90\,\mathrm{N/mm^2}$. Se trataría en principio de un perfil seguro. Sin embargo, las normas gubernamentales suelen prohibir taxativamente piezas principales con esbeltez mecánica superior a 125 en un plano de pandeo: el IPE330 podría ser ilegal.

Probablemente lo sensato sería arriostrar la cabeza de los soportes, de modo que la longitud de pandeo no pudiera ser mayor que la altura. En tal caso, la esbeltez mecánica se reduciría a la mitad de la calculada antes y el IPE330 podría ser una solución razonable para ambos soportes.

Copyleft © 2009, Vázquez Espí. http://www.aq.upm.es/Departamentos/Estructuras/e96-290/doc/