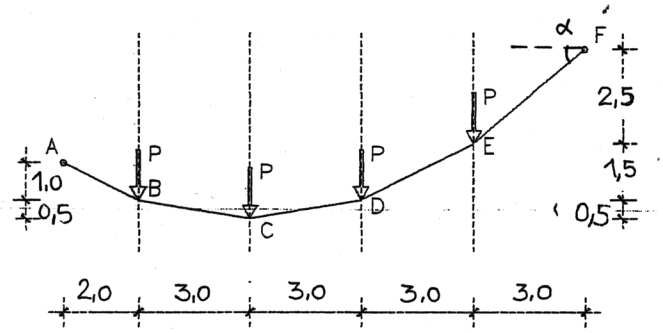
Z Y X

Apellidos:	Nombre:	Nº Exp

PRÁCTICA 5: POLIGONOS FUNICULARES, CABLES.

Todos los cables del ejercicio son barras de sección circular maciza, de acero que resiste con seguridad una tensión normal de tracción de f_s = **180** N/mm^2, tensión en el límite elástico σ_e = **500** N/mm^2 y módulo de rigidez o de Young **E = 200** kN/mm^2.

1.- La figura representa la posición de equilibrio de un cable bajo la acción de las cargas **P= (40 + 2·Y) kN** indicadas. **Calcular las reacciones** en los anclajes que lo **equilibran,** indicando el **valor del mayor esfuerzo existente en el cable señalando en qué tramo se produce. Dimensionar el cable** calculando el **diámetro** necesario que debe tener para ser seguro, redondeando a mm enteros.



COTAS EN m.

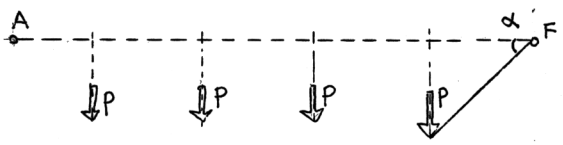
Reacciones en los anclajes: A R_A= kN **F** R_F= kN

Tramo con mayor esfuerzo interno N = kN **diámetro** necesario ϕ= mm

2.- El cable funicular anterior se ha dimensionado en acero con un diámetro de ϕ= **(40 + Y)** mm. Calcular la **carga máxima P** que es capaz de resistir con seguridad, dispuesta en la misma posición que en la figura anterior.

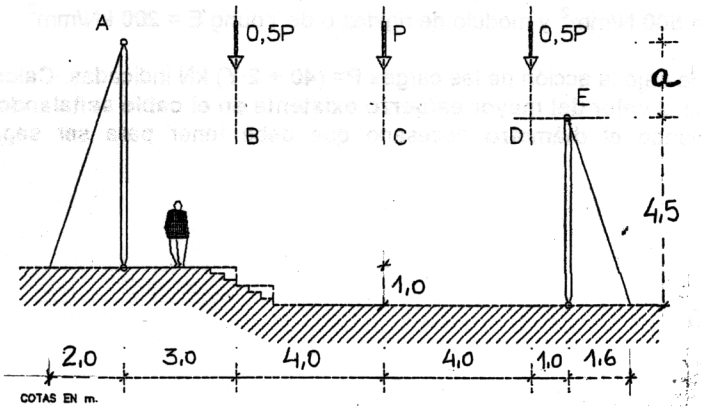
Carga máxima capaz de resistir con seguridad P_{max}= kN

3.- Se modifica la disposición de los anclajes del cable situándolos en la misma horizontal, conservando el ángulo de arranque del extremo derecho, según se indica en la figura, manteniéndose el diámetro anterior ϕ= **(40 + Y)** mm. Calcular la **carga máxima P** que es capaz de resistir con seguridad, en este caso.



Carga máxima capaz de resistir con seguridad P_{max}= kN

4.- Dibujar en la parte inferior, a escala 1:100, la posición de equilibrio del cable que soporta las cargas **P= 90 kN** indicadas en la figura, en la que **a = (1,5 + 0,2·Y) m**, que se encuentra suspendido de los anclajes A y E siendo **su tramo DE horizontal**. **Calcular las reacciones** en los anclajes que lo **equilibran,** indicando el **valor del mayor esfuerzo existente en el cable señalando en que tramo se produce. Dimensionar el cable** calculando el **diámetro** necesario que debe tener para ser seguro, redondeando a mm enteros. (Se supondrá que en el plano perpendicular al dibujo la estructura está estabilizada).

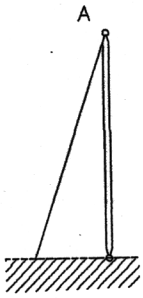


Reacciones en los anclajes:

A	R_A=	kN
F	R_F=	kN

Tramo con mayor esfuerzo interno N = kN **diámetro** necesario ϕ= mm

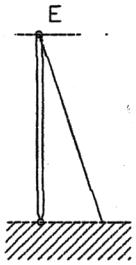
5.- Representar las acciones que actúan sobre el conjunto del mástil y el cable que sustenta el anclaje **izquierdo calculando y dibujando las reacciones** en el terreno que lo **equilibran,** indicando el **valor del esfuerzo existente en dichas barras, señalando si es tracción (+) o compresión (-).**



Reacciones en el terreno: cable R_C= kN mástil R_M= kN

Esfuerzos en las barras, tracción (+) o compresión (-): **cable** N_C= kN mástil N_M= kN

6.- Representar las acciones que actúan sobre el conjunto del mástil y el cable que sustenta el anclaje **derecho calculando y dibujando las reacciones** en el terreno que lo **equilibran,** indicando el **valor del esfuerzo existente en dichas barras, señalando si es tracción (+) o compresión (-).**



Reacciones en el terreno: cable R_C= kN mástil R_M= kN

Esfuerzos en las barras, tracción (+) o compresión (-): **cable** N_C= kN mástil N_M= kN

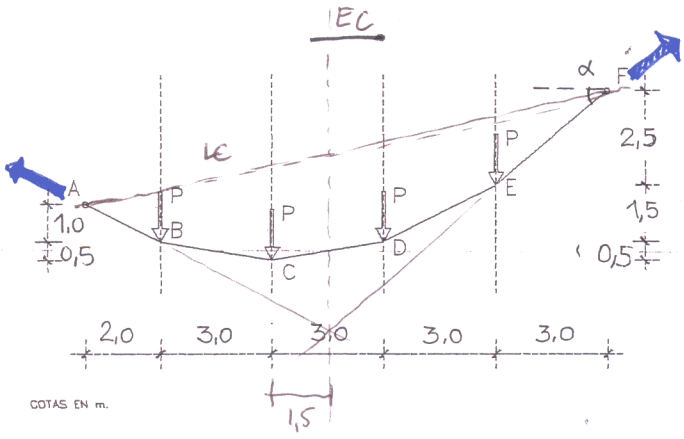
Z Y X

Apellidos:	Nombre:	Nº Exp

PRÁCTICA 5: POLIGONOS FUNICULARES, CABLES.

Todos los cables del ejercicio son barras de sección circular maciza, de acero que resiste con seguridad una tensión normal de tracción de f_s = **180** N/mm^2, tensión en el límite elástico σ_e = **500** N/mm^2 y módulo de rigidez o de Young **E = 200** kN/mm^2.

1.- La figura representa la posición de equilibrio de un cable bajo la acción de las cargas **P= (40 + 2·Y) kN** indicadas. **Calcular las reacciones** en los anclajes que lo **equilibran,** indicando el **valor del mayor esfuerzo existente en el cable señalando en qué tramo se produce. Dimensionar el cable** calculando el **diámetro** necesario que debe tener para ser seguro, redondeando a mm enteros.



$R_A \sin(\operatorname{arctg}\frac{1}{2}) + R_F \sin(\operatorname{arctg}\frac{2.5}{3}) = 4P$

$R_A \cos(\operatorname{arctg}\frac{1}{2}) = R_F \cos(\operatorname{arctg}\frac{2.5}{3})$

$R_F = 1.16 R_A = 3,91P$

$R_A = 3,35P$

$N_{max} = 3,91P$

$A_{min} = 3,91P \frac{1}{f_s}$

$\phi_{min} \geq \sqrt{\frac{4}{\pi} A_{min}}$

Reacciones en los anclajes: A R_A= kN **F** R_F= kN

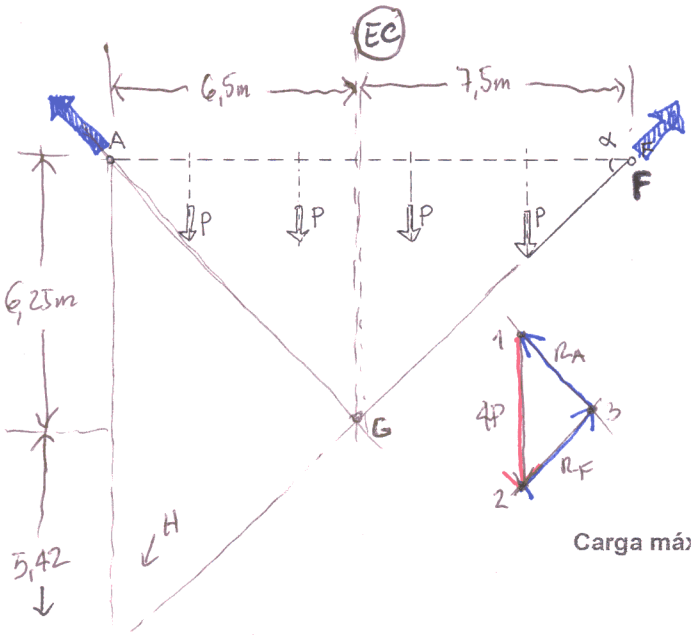
Tramo con mayor esfuerzo interno N = kN **diámetro** necesario ϕ= mm

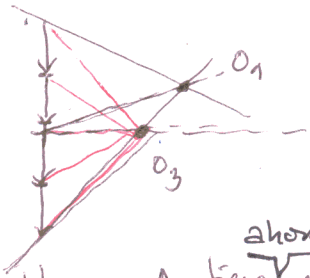
2.- El cable funicular anterior se ha dimensionado en acero con un diámetro de ϕ= **(40 + Y)** mm. Calcular la **carga máxima P** que es capaz de resistir con seguridad, dispuesta en la misma posición que en la figura anterior.

$A = \frac{\pi \phi^2}{4}$ $R_N = A \cdot f_s$ $P_{segura} = R_N / 3,91$

Carga máxima capaz de resistir con seguridad P_{max}= kN

3.- Se modifica la disposición de los anclajes del cable situándolos en la misma horizontal, conservando el ángulo de arranque del extremo derecho, según se indica en la figura, manteniéndose el diámetro anterior ϕ= **(40 + Y)** mm. Calcular la **carga máxima P** que es capaz de resistir con seguridad, en este caso.





El cable en A tiene ahora mayor inclinación que en F antes.

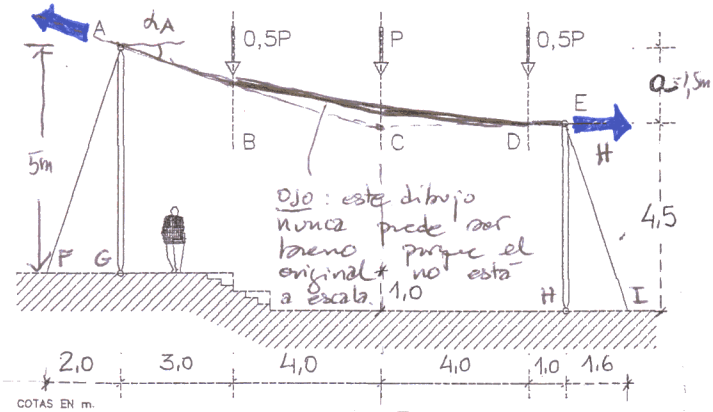
$\widehat{123}$ semejante a $\widehat{AHG}$

$\overline{AH} = 11,67m$ $\overline{AG} = 9,02m$ $\frac{\overline{AG}}{\overline{AH}} = \frac{R_A}{4P} = 0,77$

$R_A = N_{max} = 3,09P$ $P_{segura} = A f_s / 3,09$

Carga máxima capaz de resistir con seguridad P_{max}= kN

4.- Dibujar en la parte inferior, a escala 1:100, la posición de equilibrio del cable que soporta las cargas **P= 90 kN** indicadas en la figura, en la que **a = (1,5 + 0,2·Y) m**, que se encuentra suspendido de los anclajes A y E siendo **su tramo DE horizontal**. **Calcular las reacciones** en los anclajes que lo **equilibran,** indicando el **valor del mayor esfuerzo existente en el cable señalando en que tramo se produce. Dimensionar el cable** calculando el **diámetro** necesario que debe tener para ser seguro, redondeando a mm enteros. (Se supondrá que en el plano perpendicular al dibujo la estructura está estabilizada).



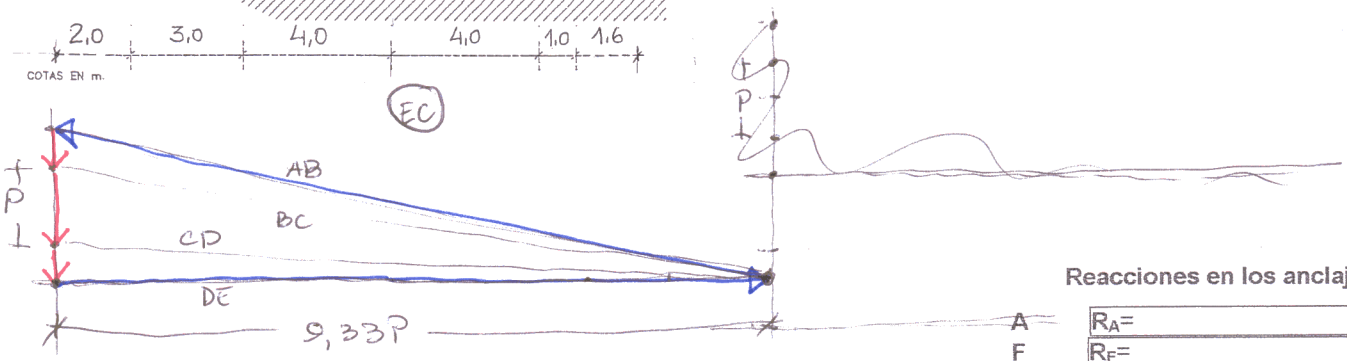
Ojo: este dibujo nunca puede ser bueno porque el original no está a escala.

$2P \times 7m - H \times 1{,}5m = 0 \quad (\Sigma M_A = 0)$

$H = 9{,}33\,P \qquad \alpha_A = \operatorname{arctg} \frac{1{,}5}{7}$

$R_A = \frac{H}{\cos\alpha_A} = 9{,}55\,P = N_{max} = N_{AB}$

$A_{min} = \frac{R_A}{f_s} \qquad \phi_{min} = \sqrt{\frac{4}{\pi} A_{min}}$



Reacciones en los anclajes:

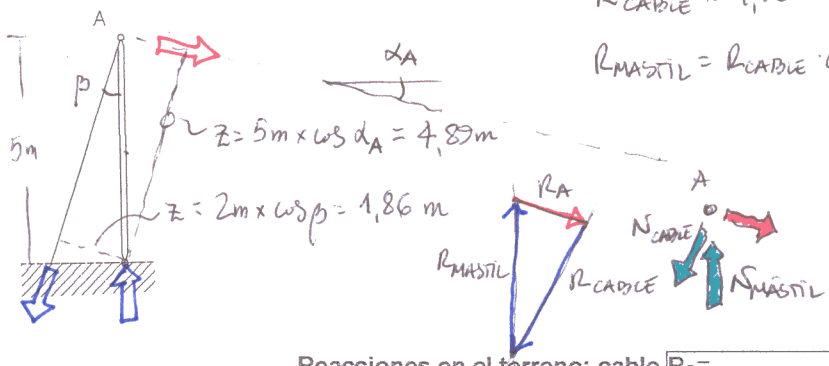
A	R_A=	kN
F	R_F=	kN

Tramo con mayor esfuerzo interno N = kN **diámetro** necesario ϕ= mm

5.- Representar las acciones que actúan sobre el conjunto del mástil y el cable que sustenta el anclaje **izquierdo calculando y dibujando las reacciones** en el terreno que lo **equilibran,** indicando el **valor del esfuerzo existente en dichas barras, señalando si es tracción (+) o compresión (-).**

$R_{CABLE} \times 1{,}86m = R_A \times 4{,}89m \qquad R_{CABLE} = 25{,}13P$ (TRAC)

$R_{MASTIL} = R_{CABLE} \cos\beta + R_A \sin\alpha_A = 25{,}33P$ (COMP)



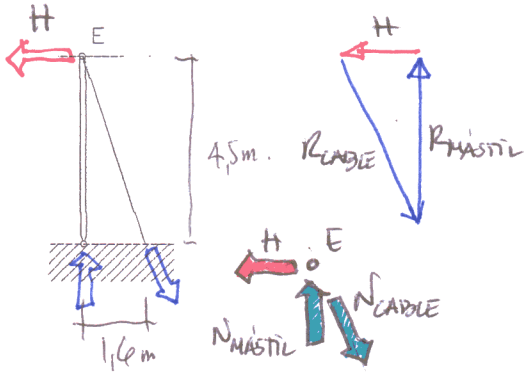
Reacciones en el terreno: cable R_C= kN mástil R_M= kN

Esfuerzos en las barras, tracción (+) o compresión (-): **cable** N_C= kN mástil N_M= kN

6.- Representar las acciones que actúan sobre el conjunto del mástil y el cable que sustenta el anclaje **derecho calculando y dibujando las reacciones** en el terreno que lo **equilibran,** indicando el **valor del esfuerzo existente en dichas barras, señalando si es tracción (+) o compresión (-).**

$\frac{H}{1{,}6m} = \frac{R_{MASTIL}}{4{,}5m} \Rightarrow R_{MASTIL} = 26{,}25P \qquad N_{MASTIL} = -26{,}25P$

$R_{CABLE} = \sqrt{H^2 + R_{MASTIL}^2} = 27{,}9P \qquad N_{CABLE} = +27{,}9P$



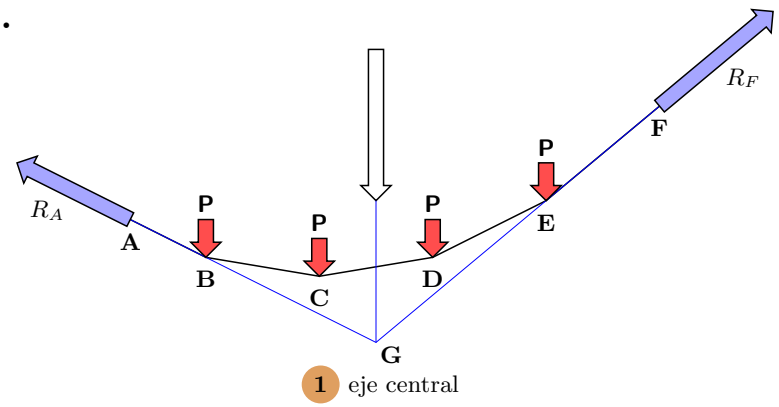
Reacciones en el terreno: cable R_C= kN mástil R_M= kN

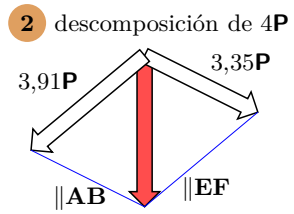
Esfuerzos en las barras, tracción (+) o compresión (-): **cable** N_C= kN mástil N_M= kN

Práctica 5. Polígonos funiculares, cables.

Además de los métodos analíticos explorados en las páginas precedentes (apoyados, eso sí, en buenos dibujos 'cualitativos'), algunos de los cálculos pueden realizarse de forma totalmente gráfica, mediante dibujos a escala bien delineados.

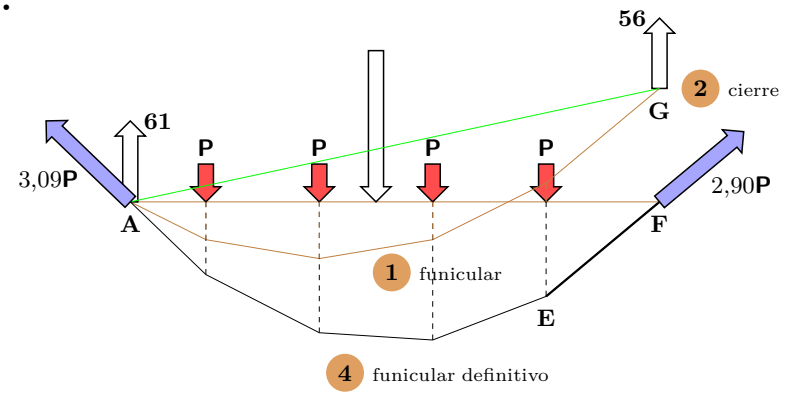
1.

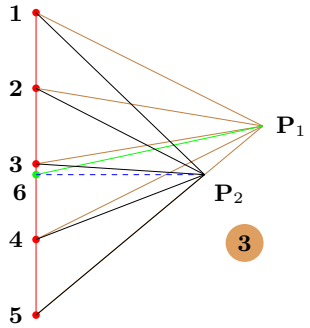




Si las direcciones de R_A, R_F y 4**P** no coincidieran en **G**, la posición del cable **no sería de equilibrio** y el enunciado sería incorrecto.

3.





0 : Se dibuja la geometría del problema y el polígono vectorial de las acciones (en rojo, a la derecha, **1**–**5**).

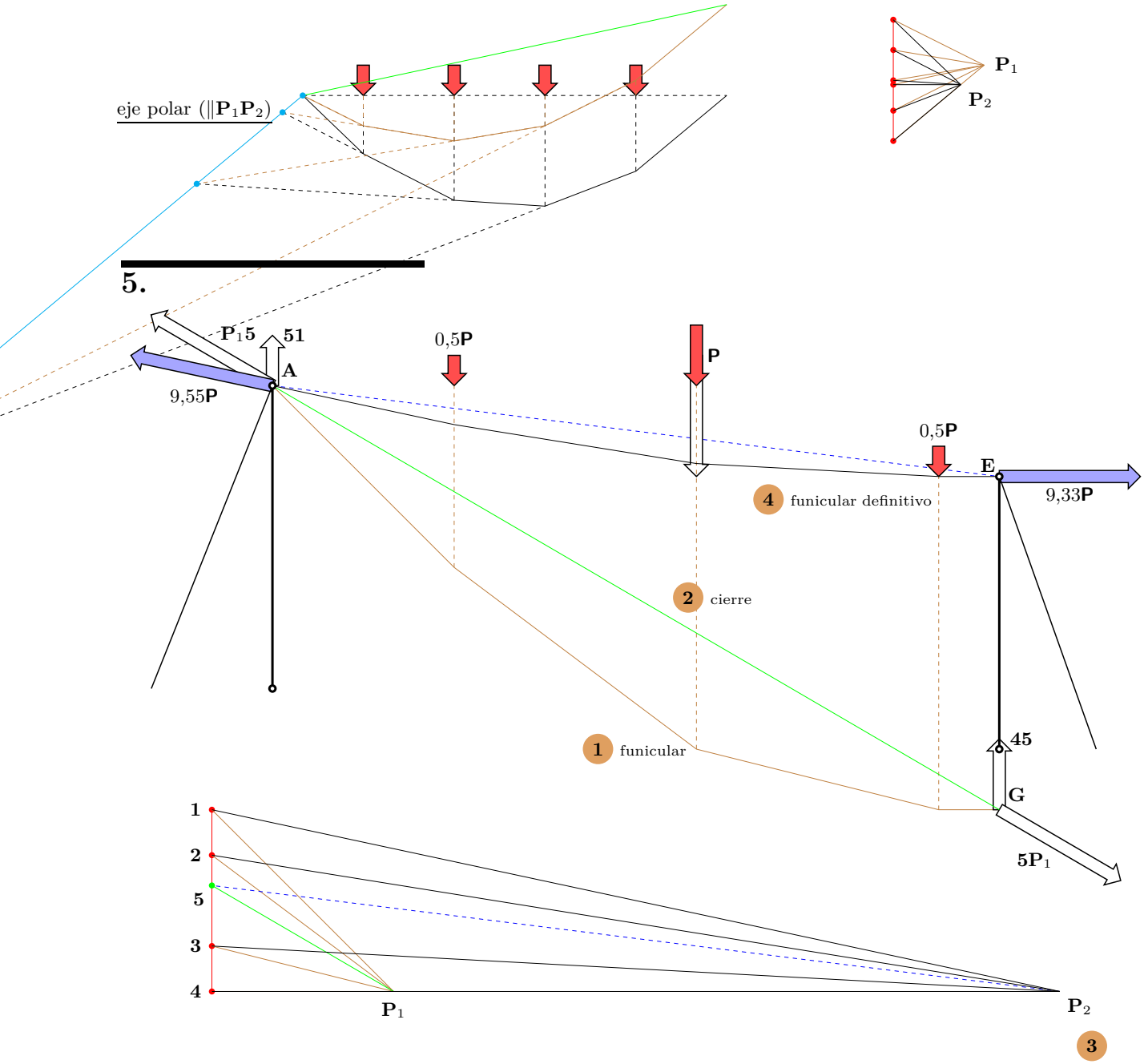
1 : Para conservar el ángulo de arranque del extremo derecho, se elige el polo $\mathbf{P}_1$ arbitrariamente sobre la recta paralela a **EF** que pasa por **5**. Con esto se cierra el polígono vectorial y se traza el funicular correspondiente (en siena).

2 : La recta **AG** cierra el polígono funicular. Con una paralela por $\mathbf{P}_1$ se determinan dos reacciones verticales, punto **6** a la derecha, junto a dos oblicuas de igual módulo que $\overline{\mathbf{6P}_1}$ (no dibujadas en la figura de la izquierda).

3 : Para conseguir una línea de cierre horizontal se elije el polo en la intersección de la horizontal por **6** con $\overline{\mathbf{5P}_1}$, punto $\mathbf{P}_2$ a la derecha.

4 : Con el nuevo polo se determina el trazado y el valor de las reacciones en **A** y **F**, vectores $\overline{\mathbf{P}_2\mathbf{1}}$ y $\overline{\mathbf{5P}_2}$ respectivamente (a la derecha)

Obsérvese que los lados homólogos de dos polígonos funiculares se cortan en el *eje polar*, propiedad que puede servir para mejor trazar el segundo de ellos (a condición de que las intersecciones no se vayan muy lejos).



0 : Se dibuja la geometría del problema y el polígono vectorial de las acciones (en rojo, abajo, **1**–**4**).

1 : Se elige el polo arbitrariamente sobre la recta horizontal —paralela a **ED**— que pasa por **4**. Con esto se cierra el polígono vectorial y se traza el funicular correspondiente (en siena).

2 : La recta **AG** cierra el polígono funicular. Con una paralela por $\mathbf{P}_1$ se determinan dos reacciones verticales y dos oblicuas, punto **5** abajo.

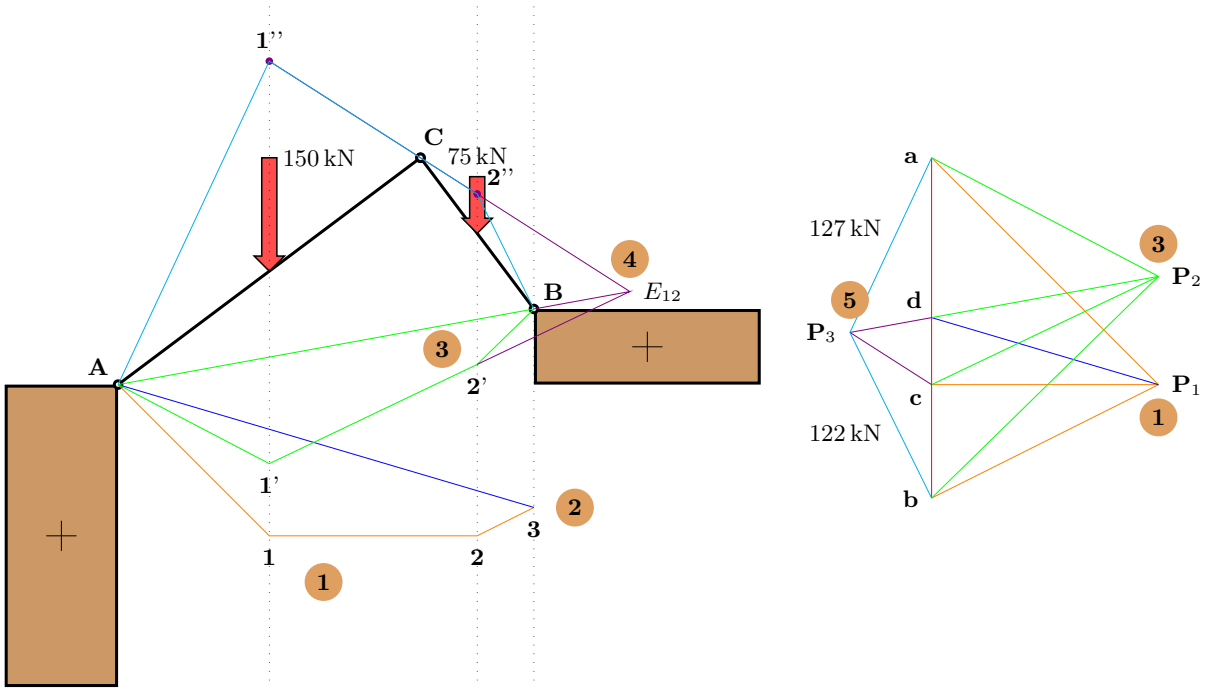
3 : Para conseguir una línea de cierre paralela a **AE** se elije el polo en la intersección de la paralela a **AE** por **5** con la horizontal por **4**, punto $\mathbf{P}_2$, abajo.

4 : Con el nuevo polo se determina el trazado y el valor de las reacciones en **A** y **E**, vectores $\overline{\mathbf{P}_2\mathbf{1}}$ y $\overline{\mathbf{4}\mathbf{P}_2}$ respectivamente (abajo). En el dibujo de arriba, estas reacciones no están a escala.

En estructuras poco eficaces como ésta, en las que las reacciones y tracciones en los cables son **bastante mayores** que la carga útil que soportan, también suelen ser muy inexactos los métodos gráficos: los ángulos agudos entorno a $\mathbf{P}_2$ requieren un delineante fino (pertrechado con un lápiz 6H o aún más duro) o, en los tiempos que corren, AUTOCAD o similar (aquí se empleó la biblioteca para cálculos gráficos, `geocal`).

Práctica 2 *revisited*

En la resolución de la práctica 2, ya se anticipó que podía resolverse mediante polígonos funiculares. La clave está en que las seis ecuaciones de equilibrio que expresan los equilibrios parciales de las barras indeformables **AC** y **CB** ***son equivalentes*** a trazar un póligono funicular que pase por los puntos **A**, **B** y **C**. Veamos como construirlo.



0 : Como siempre se dibuja la geometría (izquierda), y el polígono vectorial abierto de las acciones conocidas (derecha), limitándonos a los pesos sobre las barras **AC** y **CB**.

1 : Con un polo $\mathbf{P}_1$ arbitrario se traza un primer polígono funicular **A123**.

2 : Con una paralela a la línea de cierre **A3** por $\mathbf{P}_1$ se obtiene **d**, lo que determina un par de reacciones en equilibrio.

3 : Para que el polígono pase por **A** y **B**, se elije un polo arbitrario, $\mathbf{P}_2$, en la paralela a **AB** por **d**. (Por simplicidad se ha mantenido la distancia polar del anterior polígono vectorial: no es necesario.) Se obtiene así el funicular cerrado **A1'2'B**.

4 : Un funicular que pase por **A**, **B** y **C** debe tener su polo sobre $\mathbf{dP}_2$, pues esa es la condición para pasar por **A** y **B**. Además tanto **A** como **B** pertenecerán al *eje polar* de todos los funiculares que pasen por ellos, eje en el que deben cruzarse todos los lados homólogos de tales funiculares. En consecuencia, por el punto E_{12}, intersección de **AB** y **1'2'**, deben pasar todos los homólogos de este último: la recta $\mathbf{C}E_{12}$ contiene el lado **1''2''** del funicular buscado (los puntos **1''** y **2''** se determinan como intersecciones con la dirección de las acciones).

5 : Para medir a escala las reacciones, basta con determinar el polo $\mathbf{P}_3$ trazando por **c** una paralela a $\mathbf{C}E_{12}$, y el polo buscado será la intersección con $\mathbf{dP}_2$. $\mathbf{P}_3\mathbf{a}$ y $\mathbf{bP}_3$ son las reacciones en **A** y **B** respectivamente.

Copyleft © 2008, Vázquez Espí. http://www.aq.upm.es/Departamentos/Estructuras/e96-290/doc/